

ज्यामिति • इकाई 1 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

निर्माण और कठोर परिवर्तन

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

यूनिट 1 नींव है: भाषा की सटीकता, 'कठोर' का अर्थ, और प्रूफ लेखन का पहला परिचय। इस साक्ष्य की तलाश करें कि छात्र जानता है कि कोई निर्माण कार्य क्यों होता है, न कि केवल इसे कैसे करना है।

समस्या 1 - शब्दावली

- लंब समद्विभाजक: इसमें 'लंबवत' और 'मध्यबिंदु से गुजरने वाला' दोनों शामिल होने चाहिए।
- कठोर परिवर्तन: दूरी (और आदर्श रूप से कोण) बनाए रखने का उल्लेख अवश्य करें। एक छात्र जो कहता है कि 'आकार नहीं बदलता' वह करीब है लेकिन अस्पष्ट है - उन्हें यह कहने के लिए प्रेरित करें कि क्या संरक्षित है।
- सर्वांगसम आंकड़े: औपचारिक IM परिभाषा है 'कठोर परिवर्तनों के अनुक्रम द्वारा एक को दूसरे से मैप किया जा सकता है'। 'समान आकार और आकार' स्वीकार करें लेकिन इसे चिह्नित करें - इकाई 1 के अंत तक परिवर्तन-आधारित परिभाषा लक्ष्य है।
- कमजोर संकेत: कोई भी परिभाषा जो माप पर निर्भर करती है ('जांचने के लिए रूलर का उपयोग करें')।

समस्या 2 - लंबवत द्विभाजक निर्माण

- चरणों को निर्दिष्ट करना होगा: (ए) ए पर केंद्रित सर्कल/चाप कुछ त्रिज्या r के साथ एबी का कम से कम आधा, (b) समान-त्रिज्या सर्कल/चाप B पर केंद्रित है, (c) दो चौराहे बिंदुओं को कनेक्ट करें।
- निदानात्मक भाग औचित्य है। दो चाप प्रतिच्छेदन P और Q प्रत्येक $PA = PB = r$ और $QA = QB = r$ को संतुष्ट करते हैं। अतः दोनों A और B से समान दूरी पर हैं, इसलिए दोनों AB के लंबवत समद्विभाजक पर स्थित हैं।
- सामान्य कमजोर उत्तर: 'क्योंकि हमने समान त्रिज्या का उपयोग किया' - बिना यह बताए कि समान त्रिज्या का क्या अर्थ है (प्रत्येक समापन बिंदु से समान दूरी)।
- मजबूत: वे छात्र जो स्पष्ट रूप से 'अंतिम बिंदुओं से समदूरस्थ एक बिंदु लंबवत द्विभाजक पर स्थित है' का आह्वान करते हैं।

समस्या 3 - समबाहु त्रिभुज निर्माण

- $AC = AB$ क्योंकि C, त्रिज्या AB के साथ A पर केन्द्रित वृत्त पर है।
- $BC = AB$ क्योंकि C, त्रिज्या AB के साथ B पर केन्द्रित वृत्त पर है।
- तीसरा भाग वह है जहां कई छात्र लड़खड़ाते हैं: केवल समद्विबाहु क्यों नहीं, समबाहु क्यों? क्योंकि तीनों भुजाएँ AB के बराबर हैं, केवल दो नहीं। छात्र को समबाहु (तीनों भुजाएँ बराबर) की परिभाषा का संदर्भ देना चाहिए और दिखाना चाहिए कि तीनों का माप AB है।
- कमजोर उत्तर: 'त्रिकोण समबाहु दिखता है'।

समस्या 4 - समन्वय परिवर्तन

- (ए) $(-1, 6)$ । (b) $(2, -5)$ । (c) $(-5, 2)$ । रोटेशन सबसे अधिक छूट जाता है; संकेत संबंधी भ्रम पर नजर रखें।
- अनुवर्ती निदान है: कठोर परिवर्तन दूरी और कोण को संरक्षित करते हैं। एक छात्र को केवल यह नहीं कहना चाहिए कि 'आकार वही रहता है' बल्कि यह उल्लेख करना चाहिए कि किन्हीं दो बिंदुओं के बीच की दूरी और किसी भी कोण के माप संरक्षित हैं।
- मजबूत: 'कठोर' को पूर्व-छवि और छवि की सर्वांगसमता से जोड़ता है।

समस्या 5 - ग्लिड के बिना प्रतिबिंब

- (ए) हाँ; प्रतिबिंब कठोर होते हैं इसलिए दूरी बनाए रखें।
- (b) हाँ; प्रतिबिंब की परिभाषा के अनुसार, प्रतिबिंब की रेखा किसी भी बिंदु से उसकी छवि तक खंड का लंबवत समद्विभाजक है।
- (c) $C' = C$; परावर्तन रेखा पर बिंदु निश्चित होते हैं।

- भाग (b) इस बात का निदान है कि क्या छात्र ने प्रतिबिंब की औपचारिक ऑफ-द-ग्रिड परिभाषा को आत्मसात कर लिया है। एक छात्र जो कहता है कि 'मुझे यकीन नहीं है' वह अभी भी केवल ग्रिड चाल के संदर्भ में ही सोच रहा है।

समस्या 6 - एक वर्ग बनाने की दो विधियाँ

- विधि 1 अधिकांश छात्र देंगे: खंड AB के लिए A और B पर लंबवत बनाएं, फिर प्रत्येक लंबवत पर लंबाई AB चिह्नित करें।
- विधि 2 मजबूत विकल्प: 90 डिग्री द्वारा घूर्णन के माध्यम से शीर्षों का पता लगाने के लिए वृत्त बनाएं, या विकर्णों का उपयोग करें।
- वास्तविक परीक्षण: क्या विधियाँ वास्तव में भिन्न हैं, या एक ही निर्माण को बनाने के केवल दो तरीके हैं? दो लंब (प्रत्येक समापन बिंदु पर एक) को एक विधि के रूप में गिना जाता है; लंब बनाम घुमाव दो तरीकों के रूप में गिना जाता है।
- दक्षता प्रतिबिंब में कंपास चाल या चरणों की संख्या का उल्लेख होना चाहिए।

समस्या 7 - टायलर बनाम माई (कठोर की परिभाषा)

- माई सही है। एक समरूप विस्तार $\times$ माप गुणक 2 दूरियों को दोगुना कर देता है, इसलिए यह कठोर नहीं है।
- मजबूत: टायलर की गलती 'समान आकार' (समरूपता) को 'समान आकार और आकृति' (सर्वांगसमता/कठोरता) के साथ मिलाना है। विद्यार्थी को स्पष्ट रूप से अंतर करना चाहिए।
- कमजोर: 'टायलर गलत है क्योंकि समरूप विस्तार कठोर नहीं हैं' - बिना समझाए दोहराता है।

समस्या 8 - आंद्रे एक रूलर का उपयोग कर रहा है

- आंद्रे का परिणाम सही हो सकता है लेकिन यह एक वैध कम्पास-और-सीधा निर्माण नहीं है।
- निदानात्मक उत्तर: निर्माण कम्पास/स्ट्रेटएज स्वयंसिद्धों से तार्किक गारंटी के बारे में हैं। रूलर माप एक अनुमान है जो रूलर की सटीकता पर निर्भर करता है। कम्पास चालें परिभाषा के अनुसार समान दूरी देती हैं।
- कमजोर: 'शासकों को अनुमति नहीं है' - सिद्धांत को समझाए बिना नियम को दोबारा बताता है।
- मजबूत: बड़े विचार से जुड़ता है कि निर्माण सटीक समानताएं प्रदान करते हैं, जो बाद के प्रमाणों का समर्थन करते हैं।

समस्या 9 - नियमित बहुभुजों की समरूपताएँ

- (ए) समबाहु त्रिभुज: 3 प्रतिबिंब + 3 घूर्णन (पहचान सहित) = 6 कुल। उन छात्रों को स्वीकार करें जो 2 गैर-पहचान रोटेशन + 3 प्रतिबिंब = 5 की गणना करते हैं; ध्वजांकित करें कि क्या वे पहचान की गिनती करते हैं।
- (b) गैर-वर्ग आयत: 2 प्रतिबिंब + 1 गैर-पहचान रोटेशन (180 डिग्री) + पहचान = 4 (क्लेन 4-समूह)।
- (c) नियमित षट्भुज: 6 प्रतिबिंब + 6 घुमाव = 12 कुल।
- पैटर्न: नियमित n -भुजी बहुभुज में $2n$ समरूपताएं (n रोटेशन + n प्रतिबिंब) हैं। एक छात्र जो बिना बताए इस पर ध्यान देता है वह मजबूत अमूर्त सोच का प्रदर्शन करता है।

समस्या 10 - त्रिभुज कोण योग प्रमाण

- निर्माण: C से होकर, AB के समानांतर एक रेखा खींचें। यह वैकल्पिक आंतरिक कोणों द्वारा C पर कोण A और B के सर्वांगसम कोण बनाता है।
- कथा को जुड़ना चाहिए: (1) AB के समानांतर C से होकर गुजरने वाली रेखा; (2) अनुप्रस्थ AC और अनुप्रस्थ BC के लिए वैकल्पिक आंतरिक कोण; (3) C पर तीन कोण एक सीधी रेखा के अनुदिश स्थित होते हैं, जिनका योग 180 डिग्री होता है।
- सामान्य कमजोर प्रमाण: 'मैंने कोणों को मापा और उन्होंने 180 में जोड़ा।' माप प्रमाण है, सबूत नहीं।
- मजबूत सबूत को एक जुड़े हुए तर्क के रूप में पढ़ा जाता है; कमजोर सबूत तार्किक गोंद के बिना बुलेट पॉइंट हैं।

समस्या 11 - खोलें निर्माण (दो वृत्तों से समचतुर्भुज)

- निर्माण: A से B तक केन्द्रित वृत्त 1 बनाएं; A से B पर केन्द्रित वृत्त 2 बनाएं। दो प्रतिच्छेदन बिंदु P और Q $AP = AB = AQ = BP = BQ$ को संतुष्ट करते हैं।

- समचतुर्भुज APBQ है (विकर्ण AB और PQ के साथ)।
- मजबूत छात्र समस्या 2 के समान तर्क के साथ इसे उचित ठहराएंगे: समान त्रिज्याएँ समान दूरी देती हैं।
- बहुत मजबूत: वे $AP = BP = AQ = BQ = AB$ देखते हैं, इसलिए APBQ की सभी चार भुजाएँ सर्वांगसम हैं - परिभाषा के अनुसार एक समचतुर्भुज।
- कमजोर: कुछ ऐसा बनाता है जो दो वृत्तों जैसा दिखता है लेकिन यह स्पष्ट नहीं कर पाता कि एक समचतुर्भुज क्यों बनता है।

— अंत —