

बीजगणित 2 · इकाई 7 · मूल्यांकन मार्गदर्शिका

त्रिकोणमितीय फलन

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 7 केवल अनुपात नहीं, बल्कि त्रिकोणमितीय फलनों के बारे में है। सबसे अधिक निदानात्मक क्षण यह है कि क्या छात्र साइन/कोसाइन को पॉइंट-ऑन-द-यूनिट-सर्कल प्रक्रिया के आउटपुट के रूप में देखते हैं - याद किए गए जादू के रूप में नहीं। रेडियन/डिग्री भ्रम पर नजर रखें; यह सबसे आम गलती है।

समस्या 1 - यूनिट-सर्कल सटीक मान

- (a) $\cos(0) = 1$, $\sin(0) = 0$.
- (b) $\cos(\pi/2) = 0$, $\sin(\pi/2) = 1$.
- (c) $\cos(\pi) = -1$, $\sin(\pi) = 0$.
- (d) $\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$.
- (e) $\cos(\pi/3) = 1/2$, $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$.
- (f) $\cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$, $\sin(\pi/6) = 1/2$.
- ★ यूनिट 7 प्रवाह परीक्षण। एक छात्र जिसके पास एक यूनिट सर्कल संदर्भ कार्ड है और वह प्रत्येक मूल्य के लिए इसका उपयोग करता है पूरे अंक मिलते हैं। एक छात्र जो इन्हें विशेष समकोण त्रिभुजों (30-60-90 और 45-45-90) से प्राप्त कर सकता है, गहरी संरचनात्मक समझ दिखाता है।

समस्या 2 - पायथागोरियन पहचान अनुप्रयोग

- $\cos^2(\theta) = 9/25$, इसलिए $\cos(\theta) = \pm 4/5$.
- चतुर्थांश II $\Rightarrow \cos(\theta) < 0$, इसलिए $\cos(\theta) = -4/5$.
- $\tan(\theta) = (3/5) / (-4/5) = -3/4$.
- ★ निदान: क्या वे चतुर्थांश के आधार पर $\cos(\theta)$ के लिए सही चिह्न चुनते हैं? एक छात्र जो लेता है केवल मुख्य मूल यह भूल जाता है कि $\cos$ ऋणात्मक हो सकता है।

समस्या 3 - पहले चक्र से परे

- (ए) $\cos(-\pi/3) = \cos(\pi/3) = 1/2$ (कोज्या सम है)।
- (b) $\sin(7\pi/6) = -\sin(\pi/6) = -1/2$ (चतुर्थांश III, रेफरी कोण $\pi/6$)।
- (c) $13\pi/4 - 2\pi = 5\pi/4$ (अभी भी $> 2\pi$ नहीं - रुको, $13\pi/4 = 3.25\pi$, घटाएँ $2\pi = 5\pi/4$ पाने के लिए $8\pi/4$)। $\cos(5\pi/4) = -\sqrt{2}/2$.
- (d) सशक्त: "एक पूर्ण चक्र (2π) घूमने के बाद, आप यूनिट सर्कल पर उसी बिंदु पर वापस आ जाते हैं, इसलिए $\sin$ और $\cos$ दोहराएँ।"
- ★ समरूपता गुण (सम/विषम) यूनिट 6 - कनेक्शन बिंदु से आगे बढ़ते हैं।

समस्या 4 - मानक $\sin/\cos$ ग्राफ़

- दोनों का आयाम 1, अवधि 2π , मध्य रेखा $y = 0$ है।
- $\cos(x) = \sin(x + \pi/2)$. कोसाइन को $\pi/2$ द्वारा बाएँ स्थानांतरित किया गया है।
- ★ मजबूत छात्र 0, $\pi/2$, π , $3\pi/2$, 2π पर मुख्य बिंदु निकालते हैं। कमजोर विद्यार्थी सामान्य 'लहरदार रेखाएँ' बनाते हैं विशिष्ट मूल्यों के बिना।

समस्या 5 - ट्रिग परिवर्तन

- आयाम: 3.
- अवधि: $2\pi/2 = \pi$.
- मध्य रेखा: $y = 1$.

- चरण बदलाव: $\pi/4$ दाईं ओर।
- अधिकतम: $1 + 3 = 4$. न्यूनतम: $1 - 3 = -2$.
- ★ अवधि त्रुटि पर ध्यान दें: 2π को आवृत्ति (b) से विभाजित करने पर अवधि मिलती है, गुणा नहीं। अधिकांश सामान्य गलती: "अवधि = $2\pi \cdot 2 = 4\pi$ ।"

समस्या 6 - फेरिस व्हील मॉडल

- ऊंचाई फ़ंक्शन (नीचे से शुरू): $h(t) = 25 - 20 \cdot \cos(2\pi \cdot t/30) = 25 - 20 \cdot \cos(\pi t/15)$.
- आयाम: 20. मध्य रेखा: $y = 25$ । अवधि: 30.
- माइनस $\cos$ क्यों? $t=0$ पर, राइडर सबसे नीचे है ($h = 5$), इसलिए हमें $h(0) = 25 - 20 = 5$ की आवश्यकता है। ✓
- $h(10) = 25 - 20 \cdot \cos(2\pi/3) = 25 - 20 \cdot (-1/2) = 25 + 10 = 35$ फीट।
- ★ सबसे कठिन हिस्सा: शब्दों से मॉडल बनाना। अधिकांश छात्रों को आयाम और मध्य रेखा मिलती है; कुछ $\cos$ को नकार कर 'नीचे से शुरू होता है' बाधा को सही ढंग से संभालें।

समस्या 7 - स्पर्शरेखा अनंतस्पर्शी

- $\tan(x)$ अपरिभाषित है जहां $\cos(x) = 0$: $x = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots, -\pi/2, \dots$
- वहाँ लंबवत अनंतस्पर्शी हैं क्योंकि शून्य से विभाजित करना $\rightarrow$ असंभव।
- $\tan$ की अवधि = π (2π नहीं)। $\sin$ और $\cos$ दोनों π पर प्लिप साइन करते हैं, इसलिए उनका अनुपात समान मान पर लौटता है - $\tan$ की अवधि आधी है।
- ★ ' π क्यों नहीं 2π ' प्रश्न उन छात्रों को अलग करता है जो $\sin/\cos$ को अनुपात के रूप में समझते हैं याद रखना

समस्या 8 - रेडियन बनाम डिग्री

- डिएगो ने '30' को रेडियन्स मोड पर सेट कैलकुलेटर में डाल दिया। $\sin(30 \text{ rad}) \approx -0.988$ क्योंकि 30 रेडियन = कई पूर्ण घुमाव + थोड़ा सा।
- सही: या तो $\sin(\pi/6)$ लिखें, या कैलकुलेटर को डिग्री मोड में करके $\sin(30^\circ)$ लिखें।
- ★ सबसे आम इकाई 7 गलती। छात्र इसे समझते हैं या नहीं, इसके लिए एक निदान क्षण रेडियन और डिग्री एक ही कोण के लिए दो अलग-अलग इकाइयाँ हैं।

समस्या 9 - लिन की गलत पहचान

- $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2 \approx 0.866$. $2 \cdot \sin(\pi/6) = 2 \cdot (1/2) = 1$.
- $0.866 \neq 1$, इसलिए सूत्र गलत है।
- सही: $\sin(2x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$ (डबल-एंगल फॉर्मूला - आमतौर पर बाद में पेश नहीं किया जाता है, लेकिन प्रतिस्थापन द्वारा परीक्षण त्रुटि पकड़ता है)।
- ★ सामान्य पाठ: साइन रैखिक नहीं है, इसलिए $\sin(2x) \neq 2 \cdot \sin(x)$. मजबूत छात्र उस ट्रिगर को स्पष्ट करते हैं फ़ंक्शन अत्यधिक अरेखीय हैं।

समस्या 10 - प्रकृति में ट्रिगर

- ★ खोलें-समाप्त। सशक्त उत्तर आवधिक घटनाओं को ट्रिगर से जोड़ते हैं:
- ध्वनि तरंगें: दबाव साइनसॉइडल रूप से दोलन करता है।
- ज्वार: पृथ्वी/चंद्रमा के घूर्णन (गोलाकार गति $\rightarrow$ साइनसॉइडल प्रक्षेपण) द्वारा संचालित।
- एसी करंट: समय के $\sin$ फ़ंक्शन के रूप में वोल्टेज।
- ग्रहों की गति: साइनसॉइडल निर्देशांक के लिए एक सर्कल प्रोजेक्ट पर स्थितियाँ।
- ★ एकीकृत गुण: जो कुछ भी स्थिर दर पर दोहराया जाता है उसे साइन/कोसाइन के साथ मॉडल किया जा सकता है, क्योंकि यूनिट सर्कल बिल्कुल यही पता लगाता है।