

बीजगणित 2 • इकाई 6 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

फलनों का परिवर्तन

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 6 छात्रों ने सभी फलन प्रकारों में परिवर्तनों के बारे में जो सीखा है उसे एकीकृत करती है। सबसे कठिन एकल विचार: क्षैतिज परिवर्तन (इनपुट को शामिल करते हुए) अंतर्ज्ञान के सुझाव के विपरीत काम करते हैं, क्योंकि वे फलन से पहले इनपुट पर कार्य करते हैं।

समस्या 1 - एक परवलय का स्थानांतरण

- (ए) ऊपर 4। वर्टैक्स (0, 4).
- (b) दाएँ 3। वर्टैक्स (3, 0)।
- (c) बाएँ 2, नीचे 5। वर्टैक्स (-2, -5).
- (d) ★ अनुभाग की सबसे गहरी जाँच। सशक्त: " $f(x - 3)$ इनपुट x लेता है, 3 घटाता है, फिर वर्ग। तो जब $x = 3$, फंक्शन पढ़ता है (0) - जो यह 0 पर पढ़ता था। ग्राफ़ दाएँ स्थानांतरित हो जाता है क्योंकि प्रत्येक इनपुट अब एक बिंदु पर पहुँचता है जो पहले उसके बाईं ओर था।"
- कमजोर: "क्योंकि माइनस दाहिनी ओर खिसक जाता है" - बिना समझे याद किया हुआ नियम।

समस्या 2 - सम/विषम वर्गीकरण

- (ए) $f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 = x^4 - 3x^2 = f(x)$. यहां तक की।
- (b) $g(-x) = -x^3 + x = -(x^3 - x) = -g(x)$. विषम।
- (c) $h(-x) = x^2 - x \neq h(x)$, और $\neq -h(x)$. कोई भी नहीं।
- (d) सम: ग्राफ y -अक्ष के बारे में सममित है। अजीब: ग्राफ में मूल बिंदु (180°) के बारे में घूर्णी समरूपता है। न ही: कोई विशेष समरूपता नहीं।
- ★ सशक्त विद्यार्थी बीजगणितीय जाँच और ज्यामितीय व्याख्या दोनों देते हैं।

समस्या 3 - स्केलिंग जाँच

- (ए) 2 द्वारा लंबवत खिंचाव। (ऊँचाई दोगुनी हो गई।)
- (b) कारक $1/2$ द्वारा क्षैतिज संपीड़न। (ग्राफ y -अक्ष की ओर संकुचित हुआ।)
- (c) $1/3$ द्वारा लंबवत संपीड़न।
- (d) 3 द्वारा क्षैतिज खिंचाव।
- (e) ★ निदानात्मक प्रश्न. सशक्त: "ऊर्ध्वाधर स्केलिंग आउटपुट को सीधे गुणा करती है। क्षैतिज स्केलिंग इनपुट पर कार्य करती है - इसलिए $f(2x)$ $2x$ पढ़ता है जहां यह x पढ़ता था, जिसका अर्थ है कि आप समान ऊँचाई पर दोगुनी तेजी से (संपीड़ित) पहुँचते हैं। पारस्परिक प्रभाव $2x = \text{पुराना-}x$: $x = \text{पुराना-}x/2$ को हल करने से आता है।"
- कमजोर: पारस्परिक अंतर्दृष्टि के बिना नियम बताता है।

समस्या 4 - परिवर्तन बनाएँ

- (a) $g(x) = f(x + 2) + 5$.
- (b) $h(x) = -3 \cdot f(x)$.
- (c) $p(x) = f(-x)$.
- (d) $q(x) = f(2x) + 1$.
- ★ (ए) में साइन त्रुटियों पर ध्यान दें - जो छात्र $f(x - 2)$ लिखते हैं, वे बाईं ओर शिफ्ट होने का इरादा रखते हैं, लेकिन उन्हें दाईं शिफ्ट मिलती है।

समस्या 5 - परिवर्तनों के साथ रेखाचित्र बनाना

- $g(x) = -|x - 4| + 3$.

- $|x|$ से प्रारंभ करें (V-मूल रूप में आकार)। दाईं ओर शिफ्ट करें 4 ((4, 0) पर शीर्ष)। x-अक्ष पर प्रतिबिंबित करें (अब (4, 0) पर V उलटा है)। 3 ऊपर शिफ्ट करें ((4, 3) पर शीर्ष)।
- अंतिम शीर्ष: (4, 3). नीचे की ओर खुलता है.
- ★ मजबूत छात्र परिवर्तनों को सही क्रम में लागू करते हैं: इनपुट के चारों ओर स्केलिंग/प्रतिबिंबित करना पहले, फिर ऊर्ध्वाधर प्रतिबिंब, फिर ऊर्ध्वाधर बदलाव।

समस्या 6 - रूपांतरित परवलय के रूप में गोताखोर

- $h(t) = -16(t^2 - 1.5t) + 6 = -16(t^2 - 1.5t + 0.5625) + 9 + 6 = -16(t - 0.75)^2 + 15$.
- वर्टेक्स: (0.75, 15)। प्रक्षेपण के बाद गोताखोर 0.75 सेकंड पर अधिकतम ऊंचाई 15 फीट तक पहुंच जाता है।
- (c) t^2 के परिवर्तन: x-अक्ष पर प्रतिबिंबित करें, 16 द्वारा लंबवत खिंचाव, दाईं ओर 0.75 शिफ्ट करें, 15 ऊपर शिफ्ट करें।
- ★ यह इकाई 6 परिवर्तनों को वापस बीजगणित 1 द्विघात से जोड़ता है - प्रक्रिया से भी अधिक गहन प्रश्न.

समस्या 7 - माई का दाएँ/बाएँ भ्रम

- गलत. $f(x + 5)$ बाएँ 5 में शिफ्ट होता है, दाएँ नहीं।
- परीक्षण: $f(x) = x^2$, $f(0) = 0$ । $f(x + 5)$ के तहत, इनपुट 0 (0 + 5) = 5 बन जाता है, इसलिए $f(0 + 5) = f(5) = 25$ - जो मान $x = 5$ पर रहता था वह अब $x = 0$ पर रहता है। ग्राफ़ बाएँ स्थानांतरित हो गया।
- ★ यह सबसे आम यूनिट 6 त्रुटि है। क्षैतिज बदलाव का 'विपरीत' व्यवहार केंद्रीय है निदान.

समस्या 8 - हान का समयपूर्व अजीब निष्कर्ष

- $f(2) = 9$. $f(-2) = -8 + 1 = -7$. $-f(2) = -9$. तो $f(-2) \neq -f(2)$. कोई भी नहीं।
- ★ 1 जोड़ने से x^3 की विषम समरूपता टूट जाती है। मजबूत छात्र देखते हैं कि कोई भी विषम फलन प्लस एक शून्यतर है स्थिरांक न तो है (जब तक कि स्थिरांक शून्य न हो)।
- कनेक्ट करें: $f(x) = x^3$ में मूल के बारे में घूर्णी समरूपता है; 1 जोड़ने से समरूपता का केंद्र (0, 1) में स्थानांतरित हो जाता है, जो सख्त 'विषम' परिभाषा का उल्लंघन करता है (जिसमें मूल के माध्यम से समरूपता की आवश्यकता होती है)।

समस्या 9 - परिवर्तनों के माध्यम से एक बिंदु को ट्रेक करना

- विधि 1 (प्लग इन): x की आवश्यकता है जैसे कि $x - 1 = 4$, इसलिए $x = 5$ । फिर $g(5) = 2 \cdot f(4) + 5 = 2 \cdot 9 + 5 = 23$.
- विधि 2 (ट्रेस ट्रांसफॉर्मेशन): (4, 9) से प्रारंभ करें। इनपुट में $x - 1$ का अर्थ है दाएं 1 पर शिफ्ट करें: अब (5, 9) पर। गुणा करें $f \times 2$: अब (5, 18) पर। जोड़ें 5: अब (5, 23) पर। वही उत्तर ✓.
- ★ दोनों विधियों से (5, 23) उत्पन्न होना चाहिए। मजबूत छात्र क्रॉस-चेक करते हैं।

समस्या 10 - परिवर्तनों की सार्वभौमिकता

- ★ खोलें-समाप्त। सशक्त उत्तर नोट:
- परिवर्तन इस बात पर निर्भर नहीं करते कि आपके पास कौन सा विशिष्ट फ़ंक्शन f है - नियम सार्वभौमिक रूप से लागू होते हैं।
- एक बार उनका अध्ययन करने से आप एक ही टूलकिट के साथ द्विघात, घन, घातांक, $\log$, रेडिकल और (इकाई 7 में) त्रिकोणमिति सभी को संभाल सकते हैं।
- ★ सर्वोत्तम: इसे इकाई 7 त्रिकोणमितीय परिवर्तनों से जोड़ता है (जो स्पष्ट शैक्षणिक है इकाई कथा के अनुसार प्रेरणा)।