

बीजगणित 2 • इकाई 2 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

बहुपद फ़ंक्शंस

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 2, गुणनखंडित रूप की संरचना के इर्द-गिर्द सोचते हुए बहुपद का निर्माण करती है। अधिकांश नैदानिक त्रुटियाँ बहुलता में छिपी होती हैं, x -अंतःखंड बनाम y -अंतःखंड के साथ शून्य को भ्रमित करने में, और एक वर्ग को पूर्ववत करते समय $\pm$ का ट्रेक खोने में।

समस्या 1 - बहुपद की पहचान करना

- (ए) बहुपद, डिग्री 4, अग्रणी गुणांक 3।
- (b) बहुपद नहीं है - $\sqrt{x} x^{1/2}$ है, एक गैर-पूर्णांक घातांक है।
- (c) बहुपद। डिग्री 3, अग्रणी गुणांक 1।
- (d) बहुपद नहीं है - x^{-2} का ऋणात्मक घातांक है।
- इन पर नजर रखें: जो छात्र कहते हैं कि (c) बहुपद नहीं है क्योंकि "यह गुणनखंडित रूप में है।" रूप से पहचान नहीं बदलती - यह बस अलग दिखता है।

समस्या 2 - गुणनखंडित रूप $\leftrightarrow$ ग्राफ़

- शून्य: $x = -3$ (बहु 1), $x = 1$ (बहु 2), $x = 4$ (बहु 1)।
- डिग्री 4, विस्तारित होने पर अग्रणी गुणांक 1।
- अंतिम व्यवहार: दोनों छोर ऊपर (डिग्री 4, सकारात्मक अग्रणी गुणांक)।
- ग्राफ़: -3 और 4 पर x -अक्ष को पार करता है, स्पर्श करता है और $x = 1$ पर उछलता है।
- y -अंतःखंड: $p(0) = (3)(-1)^2(-4) = -12$.
- ★ अधिकांश निदान: क्या वे $x = 1$ पर उछाल दिखाते हैं? यदि वे एक सीधा क्रॉसिंग बनाते हैं, तो वे अभी तक ऐसा नहीं करते हैं आकार में बहुलता लागू करें।

समस्या 3 - बहुलता व्यवहार

- मल्टी 1: ट्रांसवर्सली (लाइन-लाइक) क्रॉस करता है।
- मल्टी 2: छूता है और उछलता है (परवलय जैसा, कभी पार नहीं होता)।
- मल्टी 3: क्रॉस करता है लेकिन एक विभक्ति बिंदु के साथ (S-वक्र-जैसा, शून्य के करीब सपाट)।
- ★ सशक्त: उल्लेख करता है कि $(x-a)^2$ हमेशा ≥ 0 होता है, इसलिए आपके पार करने पर बहुपद का चिह्न नहीं बदलता है $x = a$; इसलिए स्पर्श करें, पार नहीं।
- कमज़ोर: बिना किसी तर्क के याद किया हुआ नियम।

समस्या 4 - $2x^3$ के लिए दो विधियाँ - $8x = 0$

- गुणनखंड: $2x(x^2 - 4) = 2x(x - 2)(x + 2) = 0$, $x = 0, 2, -2$ देते हुए।
- ग्राफ़: $y = 2x^3 - 8x$ - समान तीन मानों में से x -अंतःखंड ढूंढें।
- अधिकांश छात्रों को यहां फैक्टरिंग तेजी से मिलेगी क्योंकि यह एक सुव्यवस्थित घन है। रेखांकन धीमा है लेकिन फैक्टरिंग कठिन होने पर काम करता है।
- ★ एक मजबूत छात्र नोट करता है: "ग्राफ़िंग तब जीतती है जब बहुपद अच्छी तरह से कारक नहीं होता है या जब मैं चाहता हूं त्वरित दृश्य विवेक जांच।"

समस्या 5 — बहुपद भाग + शेष प्रमेय

- (ए) भागफल: $x^2 - 5x + 6$. शेष: 0.
- (b) शेष 0 $\Rightarrow (x - 1)$ एक कारक है।
- (c) $p(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ । शून्य: 1, 2, 3।

- इन पर नजर रखें: जो छात्र भागफल $x^2 - 5x + 6$ को गलत तरीके से गुणनखंडित करने का प्रयास करते हैं। यह $(x - 2)(x - 3)$ के रूप में कारक है।
 - ★निदान: क्या वे देखते हैं कि $p(x)$ को $(x - 1)$ से विभाज्य होना चाहिए क्योंकि $p(1) = 1 - 6 + 11 - 6 = 0$? यह कार्रवाई में शेष प्रमेय है।

समस्या 6 - शेष प्रमेय कथन

- सशक्त: "यदि $p(2) = 0$, तो $(x - 2) p(x)$ का एक कारक है।" - यह गुणनखंड प्रमेय है।
- इससे भी बेहतर: शेषफल प्रमेय से जुड़ता है: $p(x)$ को $(x - 2)$ से विभाजित करने पर इसके बराबर शेषफल प्राप्त होता है $p(2) = 0$.
- कमजोर: " $x = 2$ एक शून्य है" - सत्य है लेकिन कारकों की भाषा का उपयोग नहीं करता है।

समस्या 7 - शून्य + बिंदु से बहुपद बनाएं

- गुणनखंडित रूप: $p(x) = a(x + 2)(x - 3)^2$ ।
- $(0, 36)$ का उपयोग करें: $36 = a(2)(-3)^2 = 18a$, इसलिए $a = 2$ ।
- अंतिम: $p(x) = 2(x + 2)(x - 3)^2$ ।
- ★'ए' के लिए स्लॉट डायग्नोस्टिक है। कई छात्र गुणनखंड तो सही लिखते हैं लेकिन यह भूल जाते हैं कि a बिंदु $(0, 36)$ से मेल खाने के लिए स्ट्रेचिंग स्थिरांक की आवश्यकता होती है।

समस्या 8 - माई की गायब जड़

- माई गलत है - उसने नकारात्मक जड़ खो दी है। $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$.
- ★वर्ष की सबसे आम बीजगणित 2 त्रुटि, और इकाई 4 (वर्गमूल) के लिए एक सेटअप $x^2 = k$ तक) $\Rightarrow$ दो समाधान
- मजबूत: "दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर $\pm$ मिलता है, क्योंकि 3^2 और $(-3)^2$ दोनों 9 के बराबर हैं।"
- कमजोर: "उसे बिना कारण बताए $+/-$ " लिखना चाहिए था।

समस्या 9 - विभिन्न कारक, भिन्न बहुपद

- $(x + 1)(x - 2) = x^2 - x - 2$. -1 और 2 पर शून्य।
- $(x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2$ । 1 और -2 पर शून्य।
- डिएगो गलत है - कारकों में अलग-अलग संकेत अलग-अलग शून्य के साथ अलग-अलग बहुपद देते हैं।
- ★वैचारिक बिंदु: कोष्ठक के अंदर के चिह्न मायने रखते हैं। कारक $(x - a) x =$ पर शून्य देता है $+a$, $x = -a$ नहीं।

समस्या 10 - व्यवहार प्रतिबिंब समाप्त करें

- ★खोलें-समाप्त; मुख्य विचार की तलाश करें: $|x|$ के लिए बहुत बड़ा, अग्रणी पद हावी है क्योंकि उच्चतर शक्तियां निचली शक्तियों की तुलना में बहुत तेजी से बढ़ती हैं।
- अच्छा उत्तर: संख्यात्मक उदाहरण दे — $p(x) = x^4 - 100x^2$ में $p(10) = 10000 - 10000 = 0$, लेकिन $p(100) = 10^8 - 10^6 \approx 10^8$ । $-100x^2$ नगण्य है।
- कमजोर: कारण बताए बिना एक नियम बताता है।