

बीजगणित 2 · इकाई 1 · मूल्यांकन मार्गदर्शिका

अनुक्रम और फलन

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 1 अनुक्रमों के माध्यम से फलनों को पुनः प्रस्तुत करती है। इस पर नज़र रखें कि क्या छात्र पुनरावर्ती और स्पष्ट रूपों के बीच लचीले ढंग से आगे बढ़ सकते हैं - वह लचीलापन, कम्प्यूटेशनल शुद्धता से अधिक, समझ का नैदानिक संकेत है।

समस्या 1 - वर्गीकरण + d/r

- (ए) अंकगणित, $d=3$ । (b) ज्यामितीय, $r=3$ । (c) न तो (वर्ग संख्याएँ - मतभेद बढ़ते हैं)। (d) ज्यामितीय, $r=1/2$ ।

- ★ निदान (c) है। एक छात्र जो इसे अंकगणित कहता है क्योंकि "अंतर मौजूद हैं" ने ऐसा नहीं किया है यह समझ में आ गया कि अंकगणित के लिए निरंतर अंतर की आवश्यकता होती है। गणित में दक्ष विद्यार्थी अंतरों पर ध्यान दें 3, 5, 7, 9 - स्वयं एक अंकगणितीय अनुक्रम है।
- (e) सशक्त: "जांचें कि क्या क्रमिक अंतर स्थिर (अंकगणितीय) हैं या क्रमिक अनुपात स्थिर (ज्यामितीय) हैं।" कमज़ोर: "यदि यह बढ़ता है, तो यह अंकगणित है।"

समस्या 2 - पुनरावर्ती ↔ स्पष्ट

- (a) 3, 7, 11, 15, 19.
- (b) $f(n) = 3 + 4(n-1)$ या समकक्ष $4n - 1$ । क्लासिक ऑफ-बाय-वन देखें: $f(n) = 3 + 4n$ लिखने वाले छात्र 3 पर नहीं, बल्कि 7 पर अनुक्रम शुरू करते हैं।
- (c) $f(50) = 199$.
- (d) ★ मजबूत: "स्पष्ट मुझे सीधे 50 शब्द पर जाने की अनुमति देता है; पुनरावर्ती के लिए 49 परिवर्धन की आवश्यकता होगी।" ये है दो रूप होने का पूरा बिंदु।
- यदि कोई छात्र यहां "पुनरावर्ती" को आसान के रूप में चुनता है, तो उन्हें अभी तक अनुवर्ती के लिए ट्रेड-ऑफ़ - फ़्लैग दिखाई नहीं देता है।

समस्या 3 - ज्यामितीय अनुक्रम

- (ए) $n \geq 2$ के लिए $g(1) = 16$, $g(n) = (1/2) \cdot g(n-1)$ ।
- (b) $g(n) = 16 \cdot (1/2)^{(n-1)}$ । सामान्य त्रुटि: $g(n) = 16 \cdot (1/2)^n$ जो $n=1$ पर 8 देता है, एक से कम।
- (c) $g(8) = 16 \cdot (1/2)^7 = 16/128 = 1/8$.
- यदि उन्हें बिना बताए 0.125 जैसा दशमलव संख्या मिलता है, तो उन्हें इसे भिन्न के रूप में लिखने के लिए कहें - भिन्न प्रवाह एक इकाई 1 अपेक्षा है।

समस्या 4 - मॉडलिंग टाइल्स

- (ए) $T(n) = 4 + 3(n-1) = 3n + 1$. समस्या 2 के समान एक-एक करके समस्या।
- (b) ★ इकाई के लिए निदान. डोमेन सकारात्मक पूर्णांक ($n = 1, 2, 3, \dots$) होना चाहिए। $n = 0$ नहीं (नहीं) समस्या में चरण 0)। $n = 1.5$ नहीं (आप आधा कदम भी नहीं उठा सकते)।
- कमजोर उत्तर: "सभी वास्तविक संख्याएँ" - वे इसे एक सतत फलन की तरह मान रहे हैं।
- (c) पैटर्न सैद्धांतिक रूप से हमेशा के लिए जारी रह सकता है, लेकिन मॉडल एक अनुक्रम है क्योंकि इनपुट पूर्णांक (चरण संख्या) तक सीमित है।

समस्या 5 - हान की त्रुटि

- हान गलत है। अनुक्रम ज्यामितीय (अनुपात 2) है, अंकगणितीय नहीं।
- हान की गलतफ़हमी: वह सोचता है कि "अंकगणित" का अर्थ केवल "एक नियम का पालन करना" है। गणित में इसका विशेष अर्थ निरंतर अंतर है।
- मजबूत: "अंतर 3, 6, 12 हैं - स्थिर नहीं - लेकिन अनुपात सभी 2 हैं। यह ज्यामितीय है।"

समस्या 6 - लिन बनाम डिएगो

- लिन: $f(1) = 5 + 3(1) = 8$. गलत - 5 होना चाहिए।
- डिएगो: $f(1) = 2 + 3(1) = 5$ । सही! $f(n) = 2 + 3n$.
- समतुल्य सही रूप: $f(n) = 5 + 3(n-1)$ ।
- ★ लिन की त्रुटि क्लासिक ऑफ-बाय-वन है: वह $n=1$ प्रारंभ के लिए स्थानांतरित नहीं हुई। देखिये कैसे छात्र इसे समझाता है - "वह n से घटाएँ 1 करना भूल गई" अच्छा है; "उसने गलत जोड़ा" संरचनात्मक मुद्दे से चूक गया।

समस्या 7 - एकाधिक प्रतिनिधित्व

- तालिका: 20.25, 13.5, 9, 6, 4।
- पुनरावर्ती: $h(1) = 20.25$, $h(n) = (2/3) \cdot h(n-1)$ ।
- स्पष्ट: $h(n) = 20.25 \cdot (2/3)^{(n-1)}$ ।
- देखें: क्या वे बीजगणित को साफ़-सुथरा बनाने के लिए 20.25 को $81/4$ के रूप में रखते हैं, या दशमलव संख्या के रूप में? धाराप्रवाह छात्र अक्सर भिन्न पर स्विच करते हैं क्योंकि $(2/3)^k$ सटीक रहता है।
- ★ मजबूत छात्रों ने नोटिस किया कि $20.25 = 81/4$ और $81 = 3^4$, जो एक सुव्यवस्थित रूप देता है: $h(n) = 3^{(5-n)} / 4$ । बोनस संकेत।

समस्या 8 - दोगुनी बचत (ज्यामितीय अनुक्रम का योग)

- शर्ते: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512।
- योग $= 2^{10} - 1 = 1023$ डॉलर। (इसका सूत्र है $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{(n-1)} = 2^n - 1$.)
- ★ मजबूत छात्र बाइनरी से दोहरीकरण पैटर्न और "2 माइनस 1 की शक्ति" ट्रिक को पहचानते हैं- गिनती की कहानी।
- (d) 30-दिन का कुल: $2^{30} - 1 \approx \$1.07$ बिलियन। निदान यह है कि क्या छात्रों को एहसास है कि उनका अंतर्ज्ञान बेहद गलत होगा - घातीय वृद्धि रैखिक अंतर्ज्ञान को अस्वीकार करती है। यह एक इकाई 1 प्रतिबिंब क्षण है।

समस्या 9 - अंकगणित बनाम ज्यामितीय वृद्धि

- ज्यामितीय ($r > 1$ के साथ) शुरुआती मूल्यों की परवाह किए बिना हमेशा अंततः अंकगणित से आगे निकल जाता है।
- सशक्त उदाहरण: $f(n) = 100 + 5n$ बनाम $g(n) = 2 \cdot 1.5^n$ । $n=1$, $f=105$ और $g=3$ पर। $n \approx 25$ से g आगे निकल गया।
- ★ तथ्य यह है कि उन्हें समझने की आवश्यकता है: "घातीय धड़कन काफी बड़े n के लिए रैखिक है" - यह इसके लिए मूलभूत है यूनिट 5.
- कमजोर: क्रॉसओवर के संख्यात्मक साक्ष्य के बिना एक उदाहरण देता है।

समस्या 10 - अपना स्वयं का बनाएं (अनुक्रम उपयुक्त)

- सशक्त: "एक पेड़ की शाखा पर पत्तियों की संख्या जहां प्रत्येक स्तर पर दोगुनी पत्तियां होती हैं।" डोमेन: सकारात्मक पूर्णांक (स्तर)।
- सशक्त: "जनसंख्या जनगणना प्रत्येक 5 वर्ष में की जाती है।" डोमेन: अलग-अलग समय बिंदु.
- कमजोर: "समय के साथ कार की गति" - यह सतत है, अनुक्रम नहीं। एक ध्वज कि वे डोमेन प्रतिबंधों को नहीं समझते हैं।
- ★ औचित्य में अलग-अलग इनपुट का उल्लेख होना चाहिए।