

बीजगणित 1 • इकाई 8 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

द्विघात समीकरण

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

यूनिट 8 सभी बीजगणित 1 को एक सिर पर लाता है: छात्रों को तरीकों (फैक्टरिंग, वर्गमूल, वर्ग को पूरा करना, द्विघात सूत्र) के बीच लचीले ढंग से चलना चाहिए और प्रत्येक बीजीय समाधान को वापस एक ग्राफ से जोड़ना चाहिए। पसंद की विधि, खोए हुए समाधान जाल (x द्वारा विभाजित करना), और संरचनात्मक निदान के रूप में विभेदक पर बारीकी से नजर रखें।

समस्या 1 - तर्क-आधारित समाधान

- (ए) $x = \pm 7$ । (b) $x - 3 = \pm 4$, इसलिए $x = 7$ या $x = -1$ । (c) $x^2 = 25$, $x = \pm 5$ । (d) $(x + 1)^2 = 25$, $x + 1 = \pm 5$, इसलिए $x = 4$ या $x = -6$ ।
- (e) ★ मुख्य पाठ: $x^2 = 49$ का अर्थ है $x \cdot x = 49$; +7 और -7 दोनों काम करते हैं। जो छात्र केवल $x = 7$ लिखते हैं भूल गए हैं कि वर्ग करने से संकेत संबंधी जानकारी नष्ट हो जाती है।
- देखें: वर्ग-मूल समीकरण के लिए एकल मान वाला कोई भी उत्तर एक लाल झंडा है।

समस्या 2 - गुणनखंड + शून्य उत्पाद

- (ए) $(x - 3)(x - 5) = 0$, $x = 3$ या 5 ।
- (b) $x(x + 4) = 0$, $x = 0$ या -4 ।
- (c) $(x - 4)(x + 4) = 0$, $x = \pm 4$ ।
- (d) ★ हान ने समाधान $x = 0$ खो दिया। x से विभाजित करने पर $x \neq 0$ मान लिया जाता है; यदि $x = 0$ वास्तव में एक समाधान है, तो आपके पास है इसे फेंक दिया। सही दृष्टिकोण: कारक x आउट - $x(x - 4) = 0$, $x = 0$ या $x = 4$ दे रहा है।
- ★ इस इकाई का क्लासिक बीजगणित जाल।

समस्या 3 - $x^2 + 6x - 7$ पर वर्ग पूरा करें

- $x^2 + 6x = 7$. जोड़ें $(6/2)^2 = 9$: $x^2 + 6x + 9 = 16$. $(x + 3)^2 = 16$. $x + 3 = \pm 4$. $x = 1$ या $x = -7$ ।
- मजबूत: स्वच्छ अलगाव, $(b/2)^2$ की सही पहचान, उचित $\pm$ कदम।
- देखें: दूसरी तरफ जोड़ें 9 करना भूल जाना; या $(b/2)^2$ के बजाय $b/2 + b/2$ का उपयोग कर रहे हैं।

समस्या 4 - शीर्ष रूप में पुनः लिखें

- $x^2 - 10x + 18 = (x^2 - 10x + 25) - 25 + 18 = (x - 5)^2 - 7$.
- वर्टेक्स फॉर्म: $(x - 5)^2 - 7$ । शीर्ष: $(5, -7)$.
- ★ यूनिट 7 (वर्टेक्स फॉर्म) को यूनिट 8 (वर्ग पूरा करने) से जोड़ता है: समान प्रक्रिया, अलग फ्रेमिंग.

समस्या 5 - $2x^2 - 5x + 1 = 0$ पर द्विघात सूत्र

- $x = (5 \pm \sqrt{(25 - 8)})/4 = (5 \pm \sqrt{17})/4$. $x \approx (5 + 4.12)/4 \approx 2.28$ या $x \approx (5 - 4.12)/4 \approx 0.22$ ।
- ध्यान दें: b रखने पर चिह्न की गलतियाँ; $b^2 - 4ac$ की गणना; $2a$ से भाग देना है, केवल a से नहीं।

समस्या 6 - विभेदक भविष्यवाणियाँ

- (ए) $36 - 20 = 16$. विवेचक $> 0 \rightarrow 2$ वास्तविक समाधान।
- (b) $16 - 16 = 0$ । विवेचक $= 0 \rightarrow$ बिल्कुल 1 वास्तविक समाधान (डबल रूट)।
- (c) $1 - 4 = -3$ । विवेचक $< 0 \rightarrow$ कोई वास्तविक समाधान नहीं।
- (d) ग्राफ़िक रूप से: विवेचक $> 0 \rightarrow$ परवलय x -अक्ष को दो बार पार करता है; $= 0 \rightarrow$ एक बार छूता है; $< 0 \rightarrow$ कभी भी पार नहीं करता।

- ★ विवेचक बीजगणित (जड़ों की संख्या) और ज्यामिति (अवरोधन) को जोड़ता है - संरचनात्मक कैपस्टोन

समस्या 7 - वही समीकरण, दो विधियाँ

- $x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0 \rightarrow x = 1$ या 5 ।
- द्विघात सूत्र: $x = (6 \pm \sqrt{(36 - 20)})/2 = (6 \pm 4)/2 = 5$ या 1 ।
- सशक्त: दोनों विधियाँ समान उत्तर देती हैं; समझता है कि वे समतुल्य हैं, प्रतिस्पर्धी नहीं।
- ★ विधि-लचीलापन ही निदान है; पसंद में गति अक्सर मायने रखती है।

समस्या 8 - कौन सी विधि?

- (ए) वर्गमूल ($x = \pm 9$)। सबसे सरल मामला।
- (b) फैक्टरिंग: $(x - 3)(x - 4) = 0$; पूर्णांक शून्य, आसान।
- (c) द्विघात सूत्र (या वर्ग को पूरा करना): पूर्णांक पर कारक नहीं है।
- (d) द्विघात सूत्र (विभेदक $25 - 84 < 0$, कोई वास्तविक समाधान नहीं)।
- ★ एक कुशल बीजगणित-1 छात्र समीकरण की संरचना के आधार पर विधि का चयन करता है; यह इकाई का है कैपस्टोन कौशल।

समस्या 9 - आयताकार उद्यान

- (a) $w(w + 3) = 70 \rightarrow w^2 + 3w - 70 = 0$ ।
- (b) गुणनखंड: $(w + 10)(w - 7) = 0$, इसलिए $w = 7$ या $w = -10$ । अथवा द्विघात सूत्र समान देता है।
- (c) $w = 7$ फीट (लंबाई 10 फीट)। $w = -10$ को अस्वीकार करें क्योंकि चौड़ाई ऋणात्मक नहीं हो सकती।
- ★ बीजगणितीय समाधानों का प्रासंगिक फ़िल्टरिंग मॉडलिंग निदान है।

समस्या 10 - गेंद ज़मीन से टकराती है

- $-16t^2 + 48t + 4 = 0 \rightarrow 4$ से भाग दें: $-4t^2 + 12t + 1 = 0$, या $4t^2 - 12t - 1 = 0$ ।
- $t = (12 \pm \sqrt{(144 + 16)})/8 = (12 \pm \sqrt{160})/8 = (12 \pm 4\sqrt{10})/8 = (3 \pm \sqrt{10})/2$ ।
- $\sqrt{10} \approx 3.16$, इसलिए $t \approx (3 + 3.16)/2 \approx 3.08$ सेकंड। नकारात्मक जड़ को अस्वीकार करें।
- देखें: छात्र सही ढंग से गणना कर सकते हैं लेकिन नकारात्मक समय को अस्वीकार करना भूल जाते हैं।

समस्या 11 — बलपूर्वक एक समाधान: $x^2 - 4x + c = 0$

- (ए) विवेचक $b^2 - 4ac = 16 - 4c = 0 \rightarrow c = 4$ ।
- (b) समीकरण x^2 बन जाता है - $4x + 4 = 0$, i.e., $(x - 2)^2 = 0$, इसलिए $x = 2$ ।
- ★ विवेचक से रिवर्स-इंजीनियरिंग गहरी समझ का परीक्षण करती है।

समस्या 12 - परिमेय और अपरिमेय के योग/उत्पाद

- (ए) हमेशा परिमेय (जोड़ के तहत परिमेय को बंद करना)।
- (b) या तो हो सकता है: $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (परिमेय); $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (अपरिमेय)।
- (c) सदैव अपरिमेय। मजबूत: प्रमाण रेखाचित्र - परिमेय मानें, विरोधाभास निकालें।
- (d) E.g., $x^2 - 2 = 0$ में $x = \pm\sqrt{2}$ (अपरिमेय) है।
- ★ संख्या सेटों के समापन गुण - इकाई का वैचारिक उच्च-जल चिह्न।