

बीजगणित 1 • इकाई 7 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

द्विघात फलनों का परिचय

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 7 फलनों के तीसरे प्रमुख परिवार (रैखिक और घातीय के बाद) का परिचय देती है: द्विघात। छात्रों को यह देखना चाहिए कि द्विघात पैटर्न रैखिक और घातीय एकल इकाइयों से कैसे भिन्न होते हैं, और कैसे प्रत्येक फॉर्म (मानक, गुणनखंडित, शीर्ष) ग्राफ़ की एक अलग विशेषता को प्रकट करता है। समीकरण फॉर्म और ग्राफ़ सुविधा के बीच संबंध को समझने के लिए देखें।

समस्या 1 - पहला/दूसरा अंतर

- (ए) ए: पहले अंतर 3, 3, 3, 3 - स्थिरांक → रैखिक हैं। B: पहला अंतर 1, 3, 5, 7 हैं - स्थिर नहीं।
- (b) B: दूसरा अंतर 2, 2, 2 - स्थिरांक हैं।
- (c) निरंतर सेकंड अंतर वाले अनुक्रम द्विघात होते हैं। (और स्थिर प्रथम अंतर = रैखिक; स्थिरांक अनुपात = घातीय।)
- ★ संरचनात्मक निदान - यूनिट 6 के समान दृष्टिकोण, एक स्तर ऊपर।

समस्या 2 — प्रक्षेप्य $h(t) = -16t^2 + 32t + 5$

- (ए) $h(0) = 5$: गेंद 5 फीट (प्लेटफॉर्म ऊंचाई) से शुरू होती है।
- (b) $h(1) = -16 + 32 + 5 = 21$ । $h(2) = -64 + 64 + 5 = 5$ । गेंद ऊपर उठी, फिर वापस गिरी।
- (c) $-16t^2 + 32t + 5 = 0$: $t = (-32 \pm \sqrt{(1024 + 320)})/(-32) = (-32 \pm \sqrt{1344})/(-32)$ पर द्विघात सूत्र। $\sqrt{1344} \approx 36.66$ । सकारात्मक जड़: $t \approx 2.15$ सेकंड।
- (d) शीर्ष पर अधिकतम: $t = -b/(2a) = -32/(-32) = 1$ सेकंड। $h(1) = 21$ फीट।
- (e) डोमेन: $0 \leq t \leq 2.15$ (गेंद प्रक्षेपण से प्रभाव तक मौजूद रहती है)। ★ मॉडलिंग साक्षरता।

समस्या 3 - तीन रूप, समान फलन

- (ए) फैक्टर का विस्तार करें: $(x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$ ✓। शीर्ष का विस्तार करें: $(x - 2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3$ ✓।
- (b) शून्य: $x = 1$ और $x = 3$ ।
- (c) शीर्ष: $(2, -1)$ ।
- (d) y -अंतःखंड: $f(0) = 3$ ।
- (e) ★ इस इकाई का निदान: मानक रूप → y -अंतःखंड (स्थिर पद)। गुणनखंडित प्रपत्र → x -अवरोधन (शून्य)। वर्टैक्स फॉर्म → वर्टैक्स (अधिकतम या $\min$)। मजबूत छात्र इन तीनों को स्पष्ट करते हैं।

समस्या 4 - ग्राफ $(x + 1)(x - 3)$

- (ए) शून्य: $x = -1$ और $x = 3$ ।
- (b) वर्टैक्स $x = (-1 + 3)/2 = 1$ ।
- (c) $g(1) = (2)(-2) = -4$ ।
- (d) $g(0) = (1)(-3) = -3$ ।
- रेखाचित्र: ऊपर की ओर परवलय, शीर्ष $(1, -4)$, $(-1, 0)$, $(0, -3)$, $(3, 0)$ के माध्यम से।
- इसके लिए देखें: शीर्ष y -समन्वय को भूल जाना (सिर्फ $(1, 0)$ की साजिश रचना)।

समस्या 5 - $a f(x) = ax^2$ को कैसे प्रभावित करता है

- सभी में शीर्ष $(0, 0)$ है।
- (ए) मानक परवलय।

- (b) संकरा (खड़ा)।
- (c) चौड़ा (उथला)।
- (d) नीचे खुलता है (शीर्ष अब अधिकतम है)।
- (e) ★ ऊपर बनाम नीचे नियंत्रण का चिह्न। ए का परिमाण स्थिरता को नियंत्रित करता है - बड़ा |ए| → संकीर्ण; छोटा |ए| → चौड़ा।

समस्या 6 - L-आकार पैटर्न

- (ए) कुल सावधानीपूर्वक पढ़ने पर निर्भर करता है: आधार में $2n + 1$ + किनारे पर $n = 3n + 1$ । रैखिक.
- (b) रैखिक $(3n + 1)$, द्विघात नहीं। मजबूत छात्र पहले अंतर की जाँच करके पुष्टि करते हैं।
- (c) चरण $10 = 31$; चरण $100 = 301$.
- ★ यह समस्या जाँचती है कि क्या छात्र यह पहचान सकते हैं कि कोई पैटर्न जो ज्यामितीय दिखता है वह कब है वास्तव में रैखिक, द्विघात नहीं।

समस्या 7 - द्विघात बनाम घातांक

- $f(1) = 1$, $g(1) = 2$. $f(5) = 25$, $g(5) = 32$. $f(10) = 100$, $g(10) = 1024$. $f(20) = 400$, $g(20) \approx 1,048,576$.
- g , $x = 4$ या 5 के आसपास f से आगे निकल जाता है (और हमेशा आगे रहता है)।
- ★ 'आखिरकार घातीय जीत' अंतर्दृष्टि - यूनिट 6 के टेकअवे का विस्तार।

समस्या 8 — $g(x) = -2(x - 3)^2 + 4$

- (ए) वर्टेक्स $(3, 4)$ । शीर्ष रूप $(x - h)^2 + k \rightarrow$ शीर्ष (h, k) है।
- (b) नीचे खुलता है ($a = -2 < 0$)।
- (c) $f(|a| = 2 > 1)$ से संकीर्ण।
- (d) का अधिकतम मूल्य $y = 4$ है।
- (e) क्रम: x^2 से शुरू होता है; दाईं ओर शिफ्ट करें 3 (घटाएँ अंदर); 2 द्वारा लंबवत खिंचाव; x -अक्ष पर प्रतिबिंबित करें; 4 को ऊपर शिफ्ट करें।
- ★ यहां आदेश मायने रखता है; मजबूत छात्र क्षैतिज-पहले या अंदर-बनाम-बाहर स्पष्ट करते हैं।

समस्या 9 - त्रुटि विश्लेषण

- (ए) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$. आंद्रे बीच का कार्यकाल भूल गए ★. एकमात्र सबसे आम बीजगणित-1 गलती। मजबूत छात्र $(x + 3)(x + 3)$ वितरण का उपयोग करके समझाते हैं।
- (b) लिन गलत है - शीर्ष रूप $(x - h)^2 + k$ है, इसलिए $f(x) = (x - 5)^2 + 2$ में $h = 5$, वर्टेक्स $(5, 2)$ है। ' $(x - 5)$ ' में माइनस साइन h को पॉजिटिव बनाता है। लिन ने गलत संकेत पकड़ लिया।
- दोनों ही निदानात्मक हैं - दो अलग-अलग प्रकार की संकेत त्रुटियाँ।

समस्या 10 - किसान का आयत (खोलें मॉडलिंग)

- (ए) बाड़ लगाने के तीन किनारे: $2x + y = 100$, इसलिए $y = 100 - 2x$ । क्षेत्रफल $A = xy = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$.
- (b) x पर अधिकतम $= -b/(2a) = -100/(-4) = 25$. अधिकतम क्षेत्रफल $= 25 \cdot 50 = 1250$ वर्ग फुट।
- (c) डोमेन: $0 < x < 50$.
- (d) वर्टेक्स $(25, 1250)$ । नीचे की ओर परवलय.
- ★ एक मॉडलिंग आधारशिला - छात्रों को अनुकूलन स्थापित करना होगा, द्विघात को पहचानना होगा और खोजना होगा अधिकतम