

बीजगणित 1 • इकाई 3 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

दो-परिवर्तनीय सांख्यिकी

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 3 दो चरों के बीच संबंधों को देखती है। यहां गणित (सापेक्ष आवृत्तियों, सर्वोत्तम फिट की रेखाएं, अवशेष, सहसंबंध) ज्यादातर यांत्रिक है। गहन कार्य व्याख्या में है - आवृत्ति के प्रकार, कार्य-कारण से जुड़ाव और किसी एकल आँकड़े की सीमा को अलग करना। संपूर्ण रूप से उन भेदों पर नजर रखें।

समस्या 1 - दो-तरफ़ा टेबल (कुत्ते बनाम बिल्लियाँ; घर बनाम अपार्टमेंट)

- (a) $84/120 = 70\%$.
- (b) $84/116 \approx 72.4\%$.
- (c) ★ निदान - ये विभिन्न सशर्त आवृत्तियाँ हैं। (ए) दिया गया है-घर; (b) दिया गया है-कुत्ता. हर वह है जो बदलता है।
- (d) हां - अपार्टमेंट में रहने वाले लोगों ($32/80 = 40\%$) की तुलना में घर में रहने वाले लोग कुत्तों (70%) को बहुत अधिक पसंद करते हैं। चर जुड़े हुए हैं.
- उन पर नज़र रखें: जो छात्र (ए) और (b) का सही उत्तर देते हैं लेकिन स्पष्ट नहीं कर पाते कि वे अलग क्यों हैं - वे बिना सोचे-समझे गणना कर रहे हैं।

समस्या 2 - जूते का आकार बनाम ऊंचाई मॉडल

- (ए) ढलान: "जूते के आकार में प्रत्येक 1-आकार की वृद्धि के लिए, अनुमानित ऊंचाई 1.4 इंच बढ़ जाती है।" इकाइयाँ मायने रखती हैं।
- (b) y -अंतःखंड: जूते का आकार = 0 $\rightarrow$ अनुमानित ऊंचाई = 50 इंच। समझदार नहीं - किसी के पास जूते का आकार 0 नहीं है। गणित में दक्ष विद्यार्थी इसे डेटा के बाहर एक्सट्रपलेशन के एक उदाहरण के रूप में प्रस्तुत करता है। ★
- (c) $y = 1.4(11) + 50 = 65.4$ इंच।
- (d) जूते का आकार 25 किसी भी यथार्थवादी सीमा से बिल्कुल बाहर है। देखे गए डेटा के बाहर के एक्सट्रपलेशन पर भरोसा न करें।

समस्या 3 - अवशेष

- (ए) अनुमानित: $2(3) + 5 = 11$ । वास्तविक: 13. अवशिष्ट = $13 - 11 = +2$.
- (b) अनुमानित: $2(7) + 5 = 19$ । वास्तविक: 17. अवशिष्ट = $17 - 19 = -2$.
- (c) सकारात्मक: वास्तविक > अनुमानित (रेखा के ऊपर बिंदु)। नकारात्मक: वास्तविक < अनुमानित (नीचे बिंदु)।
- (d) अधिकांश अवशेष शून्य के करीब $\rightarrow$ रैखिक मॉडल अच्छी तरह से फिट बैठता है; डेटा बारीकी से रेखा का अनुसरण करता है।
- (b) में साइन त्रुटियों पर ध्यान दें - लिखना सामान्य है | वास्तविक - अनुमानित | बिना संकेत के.

समस्या 4 - उच्च r अच्छे रैखिक फिट के बराबर नहीं है

- ★ इस खंड की मुख्य अंतर्दृष्टि: r रैखिक एसोसिएशन का सारांश देता है, लेकिन एक घुमावदार पैटर्न अभी भी हो सकता है उच्च $|r|$ यदि यह समग्र रूप से एक दिशा में चलन में है।
- मजबूत: "अवशेषों को प्लॉट करें। यदि वे एक पैटर्न (e.g., U-आकार) दिखाते हैं, तो रैखिक मॉडल में कुछ कमी है, भले ही r ऊंचा हो।"
- कमज़ोर: "दोनों समान रूप से अच्छे हैं" - यह मॉडल पर्याप्तता के बारे में संपूर्ण बिंदु को भूल जाता है।

समस्या 5 - स्कैटर प्लॉट को r मानों से मिलाएं

- (a) $r \approx 0.97$. (b) $r \approx -0.95$. (c) $r \approx 0$. (d) $r \approx 0.4$. (e) $r \approx -0.3$.
- सामान्य त्रुटियाँ: हस्ताक्षर की अनदेखी करना; 1 के निकट परिमाण के साथ "मजबूत" को नहीं जोड़ना; $r = 0.4$ को "कमज़ोर-से-मध्यम" के बजाय "मध्यम-मजबूत" मानना।

समस्या 6 - आइसक्रीम और डूबना

- (ए) नहीं, आइसक्रीम डूबने का कारण नहीं बनती। वे तीसरे चर के माध्यम से सहसंबद्ध हैं।
- (b) गर्मी / गर्मी - गर्म मौसम आइसक्रीम की बिक्री और तैराकी (और इस प्रकार डूबने का जोखिम) दोनों को बढ़ाता है।
- ★ गुप्त-चर अवधारणा का एकल सर्वोत्तम उदाहरण।

समस्या 7 - कारण बनाम सहसंबद्ध बनाम संयोग

- (ए) संभावित कारण (अधिक अध्ययन → अधिक सीखना), हालांकि भ्रमित करने वाले मौजूद हैं (प्रेरणा, क्षमता)।
- (b) सहसंबद्ध, कारणात्मक नहीं - बड़ी आग अधिक अग्निशामकों को आकर्षित करती है और अधिक क्षति पहुंचाती है। सामान्य कारण: आग का आकार।
- (c) संयोगात्मक - कोई प्रशंसनीय तंत्र नहीं। क्लासिक नकली सहसंबंध।
- (d) संभावित कारण - प्रत्यक्ष तंत्र (ऊर्जा संतुलन) अच्छी तरह से स्थापित है।
- सशक्त: केवल अनुमान लगाने के बजाय तंत्र (या उसकी अनुपस्थिति) की पहचान करता है।

समस्या 8 - लिन के जूते के आकार/गणित का दावा

- (ए) समस्याएं: (1) $r = 0.4$ कमजोर है; एक मजबूत दावे को उचित नहीं ठहराता। (2) सहसंबंध कार्य-कारण के बराबर नहीं है - संभवतः एक भ्रमित करने वाला चर है (उम्र - बड़े बच्चों के पैर बड़े होते हैं और वे अधिक गणित जानते हैं)। (3) नमूना ("मेरे मित्र") प्रतिनिधि नहीं हो सकता है।
- (b) बेहतर: "मेरे दोस्तों के बीच, एक कमजोर सकारात्मक सहसंबंध है; ऐसा इसलिए हो सकता है क्योंकि पुराने दोस्तों के दोनों पैर बड़े हैं और उन्हें गणित का अधिक अनुभव है।"
- ★ एक 4-स्टार उत्तर ताकत के मुद्दे और उलझाने वाले मुद्दे दोनों को उठाता है।

समस्या 9 - $r = 0.99$, क्या हमें मॉडल पर भरोसा करना चाहिए?

- (ए) स्वचालित रूप से नहीं - पैटर्न के लिए अवशेषों की भी जांच करनी चाहिए (एक घुमावदार संबंध अभी भी 1 के पास r उत्पन्न कर सकता है)।
- (b) सीधे प्रकीर्ण आरेख को देखें; अवशेषों की जांच करें; विचार करें कि क्या रिश्ता भौतिक रूप से सार्थक है; आउटलेर्स की जाँच करें।
- ★ वैचारिक शिखर - r एक सारांश है, निर्णय नहीं।

समस्या 10 - खोलें डिज़ाइन

- मजबूत प्रतिक्रिया पहचानती है: यथार्थवादी चर, प्रशंसनीय संकेत और शक्ति भविष्यवाणी, एक वास्तविक कम्प्यूटर (e.g., "नींद के घंटे बनाम परीक्षण स्कोर - दोनों तनाव से प्रभावित हो सकते हैं"), और स्पष्ट जागरूकता कि मजबूत r भी कार्य-कारण साबित नहीं करता है।
- कमजोर: अस्पष्ट चर ("खुशी"), कोई भविष्यवाणी नहीं, किसी कम्प्यूटर का उल्लेख नहीं किया गया है, या सीधे तौर पर कार्य-कारण का दावा किया गया है।
- ★ इसे इकाई की मॉडलिंग/तर्क की आधारशिला के रूप में मानें।