

त्वरित 7 • इकाई 7 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

घातांक और वैज्ञानिक संकेतन

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

यूनिट 7, घातांक गुणों - गुणा, विभाजन, शक्तियों की शक्तियों के साथ प्रवाह बनाता है - और शून्य और नकारात्मक घातांक तक विस्तारित होता है। वैज्ञानिक संकेतन छात्रों को बहुत बड़ी या बहुत छोटी संख्याओं के लिए एक शक्तिशाली उपकरण देता है। संरचना की समझ (नियम क्यों काम करते हैं) पर ध्यान दें, न कि केवल रटे-रटाए प्रयोग पर।

समस्या 1 - मूल घातांक नियम

- (ए) 2^8 . (b) 5^8 । (c) 7^4 । (d) $2^4 * 3^4$ (या 1296 यदि गणना की जाए)।
- डायग्नोस्टिक: क्या वे नियमों का मिश्रण करते हैं? सामान्य त्रुटि: $2^5 * 2^3 = 2^{15}$ (जोड़े जाने के बजाय घातांक को गुणा किया गया)।
- सशक्त: नियम लिखता है (समान आधार आदि को गुणा करने पर जोड़े घातांक)।

समस्या 2 - $3^5 * 3^2 = 3^7$ क्यों

- $3^5 = 3*3*3*3*3$. $3^2 = 3*3$. गुणा करना: $(3*3*3*3*3)*(3*3) = 3*3*3*3*3*3*3 = 3^7$ ।
- यह $5 + 2 = 7$ तीन की गिनती करता है। उत्पाद नियम का वैचारिक आधार.
- सशक्त: इसे 3 s की श्रृंखला के रूप में लिखता है; कमज़ोर: बस नियम दोहराता है।

समस्या 3 - शून्य और नकारात्मक घातांक

- (a) $5^0 = 1$, $17^0 = 1$.
- (b) $2^{(-3)} = 1/8 = 0.125$. $10^{(-2)} = 1/100 = 0.01$.
- (c) $(1/3)^{(-2)} = 9$ (पारस्परिक वर्ग)।
- देखने लायक गंभीर त्रुटियाँ: $5^0 = 5$ या $5^0 = 0$; $2^{(-3)} = -8$ (घातांक को गुणन मानकर)।

समस्या 4 - डिएगो की त्रुटि ($2^{(-3)}$)

- डिएगो ने सोचा कि नकारात्मक संकेत परिणाम (नकारात्मक) को वितरित किया गया है। लेकिन नकारात्मक घातांक का अर्थ है पारस्परिक: $2^{(-3)} = 1/2^3 = 1/8$ ।
- मजबूत प्रतिक्रिया पैटर्न दिखाती है: $2^3=8$, $2^2=4$, $2^1=2$, $2^0=1$, $2^{(-1)}=1/2$, $2^{(-2)}=1/4$ -> प्रत्येक चरण 2 से विभाजित होता है। तो $2^{(-3)} = 1/8$.

समस्या 5 - वैज्ञानिक संकेतन के लिए

- (a) $4.3 * 10^6$. (b) $6.7 * 10^{(-4)}$. (c) $5.972 * 10^{24}$.
- 1 और 10 ($1 \leq |a| < 10$) के बीच प्रारूप गुणांक होना चाहिए। $43 * 10^5$ या $0.43 * 10^7$ पर ध्यान दें - दोनों गलत रूप।

समस्या 6 - वैज्ञानिक से मानक तक

- (a) 320,000. (b) 0.000705.
- दशमलव संख्या स्थानों की सावधानीपूर्वक गिनती करना; एक से कम होना आम बात है (विशेषकर नकारात्मक घातांक के लिए)।

समस्या 7 - वैज्ञानिक संकेतन में गणना

- (a) $6 * 10^{10}$.
- (b) $2 * 10^6$.
- (c) $2 * 10^5 + 0.3 * 10^5 = 2.3 * 10^5$.
- (d) $5 * 10^4$.

- डायग्नोस्टिक ऑन (c): जोड़ने के लिए 10 की समान शक्ति की आवश्यकता होती है। कई छात्र केवल गुणांक और घातांक को अलग-अलग जोड़ें करने का प्रयास करते हैं - गलत।

समस्या 8 - सूर्य के प्रकाश में यात्रा का समय

- $t = (1.5 \times 10^8) / (3 \times 10^5) = 0.5 \times 10^3 = 500$ सेकंड = 8.33 मिनट $\approx 8 \text{ min } 20 \text{ s}$
- सशक्त: पूरे समय वैज्ञानिक संकेतन में लिखता है और अंत में मिनटों में बदल देता है।
- कमजोर: हाथ से $150,000,000 / 300,000$ की गणना करता है - इकाई के बिंदु को याद करता है।

समस्या 9 - तुलना

- (ए) $2^{10} = 1024 > 10^2 = 100$. मजबूत: नोट्स $2^{10} \approx 10^3$ ।
- (b) $3.5 \times 10^{(-7)} > 9.2 \times 10^{(-8)}$ - क्योंकि $10^{(-7)}$, $10^{(-8)}$ से बड़ा है। (सामान्य भ्रम: यह सोचना कि $9.2 > 3.5$ का अर्थ है कि दूसरा बड़ा है।)
- (c) $(2^5)^3 = 2^{15} = 32768$ । $2^5 \times 2^3 = 2^8 = 256$. तो $(2^5)^3$ बहुत बड़ा है।
- डायग्नोस्टिक ऑन (b): क्या छात्र पहले घातांक को देखता है, फिर गुणांक को?

समस्या 10 - $5^0 = 1$ क्यों

- पैटर्न: $5^3 = 125$, $5^2 = 25$, $5^1 = 5$, $5^0 = ?$ प्रत्येक चरण 5 द्वारा विभाजित होता है। तो $5^0 = 5/5 = 1$.
- या: $5^n / 5^n = 1$, लेकिन यह भी $= 5^{(n-n)} = 5^0$ । तो $5^0 = 1$.
- सशक्त प्रतिक्रियाएं इनमें से एक औचित्य देती हैं। कमजोर: बस नियम बताता है।

समस्या 11 - बैक्टीरिया का दोगुना होना

- (ए) 20 min के बाद: 2। 1 hr (60 min = 3 दोहरीकरण) के बाद: $2^3 = 8$ । 4 घंटे के बाद (12 दोहरीकरण): $2^{12} = 4096 \approx 4.1 \times 10^3$.
- (b) $N(t) = 2^{(3t)}$ जहां t घंटे है। (प्रति घंटे तीन दोहरीकरण।)
- (c) 24 घंटों के बाद: $2^{72} \approx 4.7 \times 10^{21}$ । यह 3×10^{13} से कहीं अधिक है - परिमाण के 8 क्रम के अनुसार।
- घातीय वृद्धि नाटकीय रूप से बड़ी संख्या से आगे निकल जाती है। एक प्रमुख बीजगणित 1 तत्परता अंतर्दृष्टि।

समस्या 12 - माई का दावा

- $a=2$, $m=3$, $n=-5$: $2^3 \times 2^{(-5)} = 8 \times (1/32) = 1/4 = 2^{(-2)}$ सत्यापित करें। और $m+n = 3+(-5) = -2$. तो $2^{(-2)} = 1/4$.
- सत्यापित करें $a=4$, $m=-2$, $n=-3$: $4^{(-2)} \times 4^{(-3)} = (1/16)(1/64) = 1/1024 = 4^{(-5)}$ । $m+n = -5$.
- माई सही है. घातांक नियम सुचारू रूप से नकारात्मक घातांक तक विस्तारित होते हैं - एक शक्तिशाली संरचनात्मक अंतर्दृष्टि।