

त्वरित 6 • इकाई 6 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

प्रतिशत वृद्धि और कमी

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

यूनिट 6 प्रतिशत-परिवर्तन इकाई है। सबसे गहरा विचार: प्रतिशत कंपाउंड को गुणात्मक रूप से बदलता है, योगात्मक रूप से नहीं। एक 50% ऊपर फिर 50% नीचे प्रारंभ में वापस नहीं आता है। जो छात्र प्रतिशत को 'पूर्णांक एक संकेत से जुड़ा हुआ' मानते हैं, वे यहां हर गैर-तुच्छ समस्या में असफल हो जाएंगे।

भाग ए - प्रतिशत गणना

- $50 + 10\% \times 50 = 55$. $80 - 25\% \times 80 = 60$. $\$40 \cdot 1.05 = \$42$. $100 \cdot 0.10 = 10$.
- सशक्त: तुरंत, पूछे जाने पर स्पष्टीकरण के साथ ('25% एक-चौथाई है')।

समस्या 1 - जैकेट ऊपर और फिर नीचे

- $\$60 \rightarrow \$75$ एक 25% वृद्धि है ($\$15 / \$60$)।
- $\$75 \rightarrow \$60$ एक 20% कमी है ($\$15 / \$75$)।
- ★डॉलर परिवर्तन वही है; आधार अलग है (60 बनाम 75), इसलिए प्रतिशत भिन्न हैं।
- सशक्त: स्पष्ट व्याख्या कि 'प्रतिशत परिवर्तन प्रारंभिक मान को आधार के रूप में उपयोग करता है'।
- कमजोर: दावे दोनों एक जैसे हैं; या विषमता पर ध्यान नहीं देता।

समस्या 2 - समान \$10 भिन्न प्रतिशत

- डिएगो: $\$10 / \$40 = 25\%$ । सारा: $\$10 / \$200 = 5\%$ ।
- सशक्त: 'डिएगो का बैंक अनुपात में अधिक बढ़ा; एक ही निरपेक्ष राशि अपेक्षाकृत बहुत भिन्न हो सकती है'।
- कमजोर: उन्हें 'बराबर' घोषित करता है क्योंकि वे दोनों \$10 हैं।

समस्या 3 - कर दो तरह से

- कर = \$1.92, कुल = \$25.92।
- प्रत्यक्ष: $\$24 \cdot 1.08 = \$25.92$ ।
- ★मजबूत: '1.08 से गुणा करना = 1 (मूल) प्लस 0.08 (टैक्स) से गुणा करना, सभी को एक चरण में समझाता है'।
- कमजोर: उत्तर मिलते हैं लेकिन यह स्पष्ट नहीं कर पाते कि 1.08 क्यों काम करता है।

समस्या 4 - रिवर्स: मूल खोजने के लिए छूट

- $0.70 \cdot \text{मूल} = \$42 \rightarrow \text{मूल} = \$60$.
- ★हान गलत है. $\$42 + \$12.60$ ($\$42$ का 30%) = $\$54.60$, $\$60$ नहीं।
- मजबूत: पहचानता है कि 30% मूल होना चाहिए, बिक्री मूल्य का नहीं। व्युत्क्रम समस्या को स्पष्ट रूप से व्यक्त करता है।
- ★यह प्रतिशत परिवर्तन के लिए सबसे नैदानिक प्रश्न है।

समस्या 5 - कर से पहले बनाम कर के बाद युक्ति

- $\$48 = \$9.60$ पर टिप।
- कर-पश्चात राशि = $\$48 \cdot 1.07 = \$51.36$.
- कर-पश्चात टिप = $\$10.272 \approx \$10.27$ ।
- अंतर: $\$0.67$.
- मजबूत: टिप्पणियाँ कि 'टैक्स पर टिपिंग का मतलब है सरकार की कटौती के लिए सर्वर को टिप देना - और अंतर टैक्स का 20% है'।

- कमज़ोर: संख्याएँ तो सही हैं लेकिन ठोस टिप्पणी नहीं करता।

समस्या 6 - 12 कुकीज़ के लिए 20 कप → 30

- प्रति कुकी: $2.5/12 \approx 0.2083$ कप। 30 के लिए: $30 \cdot 0.2083 \approx 6.25$ कप।
- स्केलिंग: $30/12 = 2.5 \rightarrow 2.5 \cdot 2.5 = 6.25$ कप।
- ★दोनों विधियों से 6.25 कप अवश्य प्राप्त होने चाहिए।
- सशक्त: दो स्पष्ट रूप से भिन्न दृष्टिकोण; दोनों से 6.25 प्राप्त होता है।

समस्या 7 - +50% फिर -50%

- \$100 → \$150 → \$75. अंतिम राशि = आरंभिक राशि का 75%।
- ★मुख्य विचार: $(1.5)(0.5) = 0.75$, 1 नहीं।
- मजबूत: बताते हैं कि 50% की कमी बड़ी राशि (\$150) से ली गई है, इसलिए डॉलर का नुकसान लाभ से अधिक है।
- सशक्त+: $(1+p)(1-p) = 1 - p^2$ को सामान्यीकृत करता है। $p = 50\%$, $1 - 0.25 = 0.75$ के लिए। यूनिट 2 पर समस्या 9 से जुड़ता है।
- कमज़ोर: इस बात से सहमत है कि अंतिम शुरुआत के बराबर है; या सही ढंग से गणना करता है लेकिन गुणात्मक कारण को स्पष्ट नहीं करता है।

समस्या 8 - वेतन +5% फिर -5%

- \$40,000 → \$42,000 → \$39,900.
- $(1.05)(0.95) = 0.9975 \rightarrow$ अंतिम = प्रारंभ का 99.75%।
- ★मजबूत: एहसास हुआ कि वेतन मूल पर वापस नहीं आया है; गुणात्मक संयोजन के माध्यम से समझाता है। सशक्त+:
- ★सामान्यीकरण करता है कि यह 50/50 मामले (समस्या 7) की तुलना में छोटा नुकसान है क्योंकि $(1+p)(1-p) = 1 - p^2$ । जब p छोटा होता है तो $1 - p^2$ 1 के करीब होता है।
- कमज़ोर: हान को वही गलत अंतर्ज्ञान मिलता है - जो $\pm 5\%$ रद्द करता है।

समस्या 9 - असममित प्रतिशत

- \$80 → \$100 = +25%.
- \$100 → \$80 = -20%.
- ★एक ही डॉलर परिवर्तन (\$20) लेकिन अलग-अलग प्रतिशत क्योंकि आधार अलग-अलग हैं।
- सामान्यीकरण: यदि $A \rightarrow B + p\%$ है, तो $B \rightarrow A - p/(1+p) \cdot 100\%$ है। एक छात्र को अनौपचारिक रूप से भी सामान्य सूत्र दिखाना सार्थक है।
- सशक्त: विषमता को स्पष्ट रूप से व्यक्त करता है।
- कमज़ोर: दावे +25%, -25% - सबसे आम गलतफ़हमी।

समस्या 10 - माई: 10% तीन बार = 30%?

- \$100 → \$110 → \$121 → \$133.10.
- एकल 30% देगा: \$130।
- अंतर: \$3.10 (कंपाउंडिंग बोनस)।
- ★माई गलत है। तीन 10% वृद्धि गुणा करें: $(1.1)^3 = 1.331 \neq 1.30$.
- मजबूत: कंपाउंडिंग की व्याख्या करता है - 'दूसरे वर्ष का 10% बड़े आधार पर है, इसलिए यह अधिक डॉलर जोड़ता है।'
- ★घातीय वृद्धि का पूर्वाभास - एक ग्रेड 7/बीजगणित 1 विषय। त्वरित छात्रों को इसे देखना चाहिए बीज.