

त्वरित 6 • इकाई 2 • मूल्यांकन मार्गदर्शिका

अनुपात, दरें और प्रतिशत

अभिभावक या शिक्षक के लिए — क्या देखें

इकाई 2 गुणात्मक संबंधों के साथ लचीले तर्क के बारे में है। देखें कि क्या छात्र अनुपात, दरों और प्रतिशत के बीच आसानी से आगे बढ़ सकते हैं - या क्या उनके पास 'प्रति समस्या प्रकार एक विधि' दृष्टिकोण है।

भाग ए - प्रतिशत प्रवाह

- $20\% \times 80 = 16$. $25\% \times 64 = 16$. $150\% \times 40 = 60$. $1\% \times 350 = 3.5$.
- ध्यान दें कि क्या वे प्रक्रियाओं तक पहुंचते हैं ("दशमलव संख्या को स्थानांतरित करें") या धाराप्रवाह बेंचमार्क का उपयोग करें ("20% एक पांचवां है")।
- त्वरित गति से आगे बढ़ने वाले छात्रों को तर्क-वितर्क उपलब्ध होने के साथ-साथ बेंचमार्क-धाराप्रवाह होना चाहिए।

समस्या 1 - रेसिपी अनुपात दोनों दिशाएँ

- हान: 12 कप आटा → 8 कप चीनी।
- डिएगो: 10 कप चीनी → 15 कप आटा।
- (c) निदान है: दोनों का स्वाद एक जैसा होना चाहिए क्योंकि दोनों 3:2 अनुपात को बनाए रखते हैं।
- मजबूत: स्पष्ट रूप से कहता है "अनुपात संरक्षित है, इसलिए स्वाद वही है।"
- कमज़ोर: 'हाँ क्योंकि उन दोनों में आटा और चीनी है' - आनुपातिकता याद आती है।

समस्या 2 - मिश्रण तुलना (4:6 बनाम 6:9)

- दोनों 2:3 → समान रंग भरें तक कम हो जाते हैं।
- मजबूत: सरलीकृत अनुपात की स्पष्ट तुलना, या नोट करता है कि $4 \cdot 9 = 6 \cdot 6 = 36$ (क्रॉस-प्रोडक्ट तर्क)।
- कमज़ोर: अनुपात तर्क के बिना अधिक नीला = गहरा मान लेता है।
- इस गलतफ़हमी से सावधान रहें कि दोनों तरफ समान मात्रा जोड़ने से अनुपात सुरक्षित रहता है (ऐसा नहीं होता - गुणन होता है)।

समस्या 3 - समतुल्य अनुपात तालिका + इकाई दरें

- यदि 45 मील प्रति 1 घंटा: पंक्ति 1 → (45, 1)। पंक्ति 2 → (45, 1)। पंक्ति 3 → (135, 3)। पंक्ति 4 → (180, 4)। पंक्ति 5 → (1, 1/45)।
- दोनों इकाई दरें: 45 मील प्रति घंटे (मील प्रति घंटा) और 1/45 घंटे प्रति मील।
- सशक्त: स्पष्ट करता है कि एक घंटे का $1/45 \approx 1.33 \text{ min/मील}$ है और बताता है कि दोनों इकाई दरें अलग-अलग संदर्भों में उपयोगी क्यों हैं।
- कमज़ोर: केवल 'मील प्रति घंटा' दर पाता है; व्युत्क्रम दर को समान रूप से मान्य नहीं मानता।

समस्या 4 - धावकों की तुलना दो तरीकों से करें

- लिन: $5/25 = 0.2 \text{ km/min}$ (या 5 min/km)।
- सारा: $8/36 \approx 0.222 \text{ km/min}$ (या 4.5 min/km)।
- सारा तेज़ है।
- विधि 1: उपरोक्तानुसार इकाई दरें।
- विधि 2: स्केलिंग - e.g., "5 मिनट में, लिन 1 km चलाता है; सारा $8 \cdot 5/36 \approx 1.11 \text{ km}$ चलाता है।" या "40 km चलाने के लिए, लिन 200 min लेती है, सारा 180 min लेती है।"
- सशक्त: दोनों विधियाँ अलग-अलग स्केलिंग के साथ क्रियान्वित की गईं, दो बार एक ही विधि नहीं।

समस्या 5 - बहु-चरण प्रतिशत (बिक्री + कर)

- $\$80 \cdot 0.70 = \$56$ (बिक्री मूल्य)। $\$56 \cdot 1.07 = \$59.92$.
- माई का दावा: हाँ, $\$80 \cdot 0.70 \cdot 1.07 = \$59.92$ ।
- ★ मजबूत: मानता है कि क्रमिक प्रतिशत परिवर्तन गुणात्मक रूप से बनते हैं (इकाई 6 के लिए एक महत्वपूर्ण विचार)।
- कमजोर: अंकगणित सही हो जाता है लेकिन कहता है कि माई गलत है क्योंकि उसने 'एक कदम छोड़ दिया' - गुणात्मक अर्थ याद आती है।

समस्या 6 - सर्वेक्षण प्रतिशत + अनुपात प्रश्न

- गणित: 54. पढ़ना: $20\% \cdot 120 = 24$ ।
- (c) नई रीडिंग: 132 में से $24 + 12 = 36$ । $36/132 \approx 27.3\%$ ।
- ★ मजबूत: पता चलता है कि हर बदल गया है और सही ढंग से पुनः गणना करता है।
- कमजोर: बस $24/120 + 10\%$ या कुछ योगात्मक अनुमान करता है - संपूर्ण अद्यतन नहीं करता है।

समस्या 7 - इंच/सेंटीमीटर क्षेत्रफल रूपांतरण

- (a) $60.96 \text{ cm} \times 91.44 \text{ cm}$.
- (b) क्षेत्रफल = $864 \text{ in}^2 = 864 \cdot (2.54)^2 \text{ सेमी}^2 \approx 5574 \text{ सेमी}^2$ ।
- ★ मुख्य निदान: $1 \text{ in}^2 = 6.4516 \text{ cm}^2$, 2.54 नहीं।
- सशक्त: बताता है कि क्षेत्रफल रैखिक रूपांतरण कारक के वर्ग के रूप में मापता है।
- स्ट्रॉंग+: इसे यूनिट 1 की खोज से जोड़ता है कि किनारों को दोगुना करने से पृष्ठीय क्षेत्रफल चौगुना हो जाता है - वही सिद्धांत।
- कमजोर: क्षेत्रफल $\times 2.54$ को गुणा करता है - यह प्रश्न ठीक उसी गलतफ़हमी को लक्षित करता है।

समस्या 8 - डिएगो की गलत अनुपात तुलना

- डिएगो गलत है।
- $6:9 = 2:3 \approx 0.667$ । $4:6 = 2:3 \approx 0.667$ । वे समान हैं।
- सशक्त: दोनों को 2:3 तक सरल बनाता है, समानता देखता है। बताते हैं कि अनुपात के साथ आपको सापेक्ष आकार की तुलना करनी चाहिए, घटकों के पूर्ण आकार की नहीं।
- कमजोर: डिएगो से सहमत (सबसे आम गलतफ़हमी); या सरलीकृत करता है लेकिन यह स्पष्ट नहीं करता कि घटक-वार तुलना विफल क्यों होती है।

समस्या 9 - +20% तो -20% मूल में वापस नहीं है

- $\$100 \rightarrow \$120 \rightarrow \$96$ । तो अंतिम मूल का 96% (4% कम) है।
- सामान्य: $(1.2)(0.8) = 0.96$, 1 नहीं।
- मजबूत: स्पष्ट करता है कि 20% कमी को एक बड़ी संख्या से हटा दिया गया है, इसलिए कमी की डॉलर राशि वृद्धि से अधिक है।
- सशक्त+: $(1+p)(1-p) = 1 - p^2$ को सामान्यीकृत करता है, हमेशा 1 से कम - यूनिट 6 (प्रतिशत परिवर्तन) और यहां तक कि बीजगणित 1 (वर्गों का अंतर) को दर्शाता है।
- कमजोर: हान से सहमत है, या 96 की गणना करता है लेकिन यह नहीं कह सकता कि क्यों।

समस्या 10 - अपनी स्वयं की संयुक्त समस्या लिखें

- खोलें-समाप्त। सशक्त उदाहरण: "गैस की कीमत $\$3.50/\text{गैलन}$ है, मेरी कार को 28 mpg मिलता है। एक यात्रा 420 मील है। यदि गैस 15% बढ़ जाती है, तो यात्रा की लागत कितनी अधिक होगी?"
- खोजें: एकक दर और प्रतिशत दोनों - कई छात्र प्रतिशत-केवल या दर-केवल समस्या लिखेंगे।
- मजबूत: दो अवधारणाएं वास्तव में परस्पर क्रिया करती हैं (सिर्फ दो अलग-अलग हिस्से नहीं)।
- कमजोर: दर और प्रतिशत दोनों दिखाई देते हैं लेकिन समस्या उनमें से किसी एक के बिना भी हल हो सकती है।